

電子光科学 II

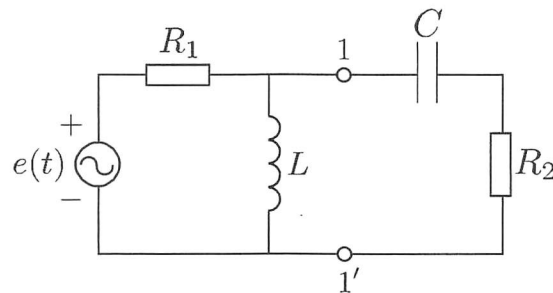
次の [II-1] から [II-8] までの 8 問についてそれぞれ別の解答用紙に答えよ。なお、各問題に 2 枚以上の解答用紙を用いる場合は、「[II-1]（2 枚目）」などのように明記せよ。

[II-1]

図の交流回路において、 $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$ ($e_0 = 2 \text{ V}$, $\omega = 2 \text{ rad/s}$, t は時刻で単位は s), $R_1 = 2 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$ とする。虚数単位を j とする。答えは四捨五入して小数点第 2 位まで求め、単位を明示すること。複素数になる場合は、実部・虚部がそれぞれわかるようにせよ。以下の問に答えよ。

(配点 25 点)

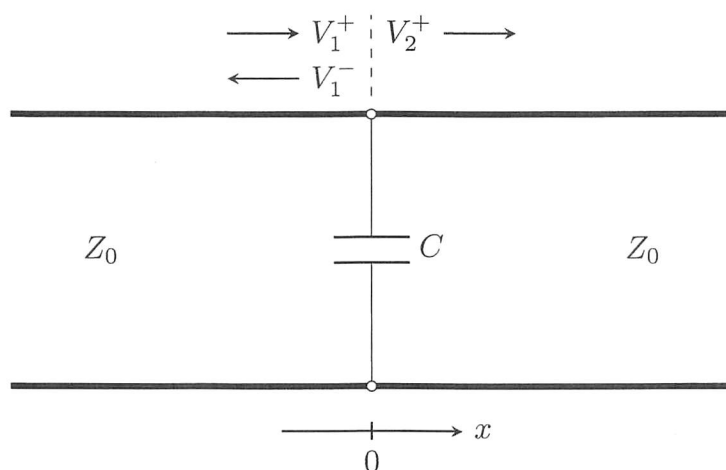
- (1) 電源側（ポート 1 – 1' 左側の回路）のテブナン等価回路を考える。テブナン等価電圧源 E_0 およびテブナン等価インピーダンス Z_0 をフェーザ表示（複素数）で示せ。
- (2) 負荷側（ポート 1 – 1' の右側の回路）で消費する電力が最大となる抵抗 R_2 とキャパシタ C の値をそれぞれ求めよ。
- (3) 問 (2) の条件において、 $e(t)$ が供給する有効電力 P および無効電力 Q を求めよ。
- (4) 問 (2) の条件において、 L および C のそれぞれにおける無効電力 Q_L および Q_C を求めよ。
- (5) この回路において、問 (2) の条件が回路の力率改善にどのような役割をしているのかを説明せよ。必要に応じて図を描いて説明してもよい。



[II-2]

図のように x 軸に平行に置かれた特性インピーダンス Z_0 を持つ無限長の無損失伝送線路に対して、キャパシタ C を $x = 0$ に挿入した。 $x < 0$ から $x = 0$ に向けて電圧と電流の波が入射する場合を考える。時刻 t において、入射波の $x = 0$ での電圧を $V_1^+(t)$ とし、反射波と透過波の $x = 0$ での電圧をそれぞれ $V_1^-(t)$, $V_2^+(t)$ と表す。以下の間に答えよ。

(配点 20 点)



- (1) 虚数単位を j とする。角周波数 ω の正弦波定常状態を考えた場合に、 $x = 0$ での複素電圧反射係数と複素電圧透過係数を求めよ。
- (2) 時刻 $t < 0$ において、挿入したキャパシタに蓄えられた電荷は 0 とする。 V_0 を実定数とし、 $V_1^+(t) = V_0\Theta(t)$ に対する $V_1^-(t)$, $V_2^+(t)$ を $t \geq 0$ に対して求めよ。ただし、 $\Theta(t)$ は $t < 0$ で 0, $t \geq 0$ で 1 となる単位ステップ関数である。解答にあたり以下のラプラス変換表を用いてもよい。

ラプラス変換表

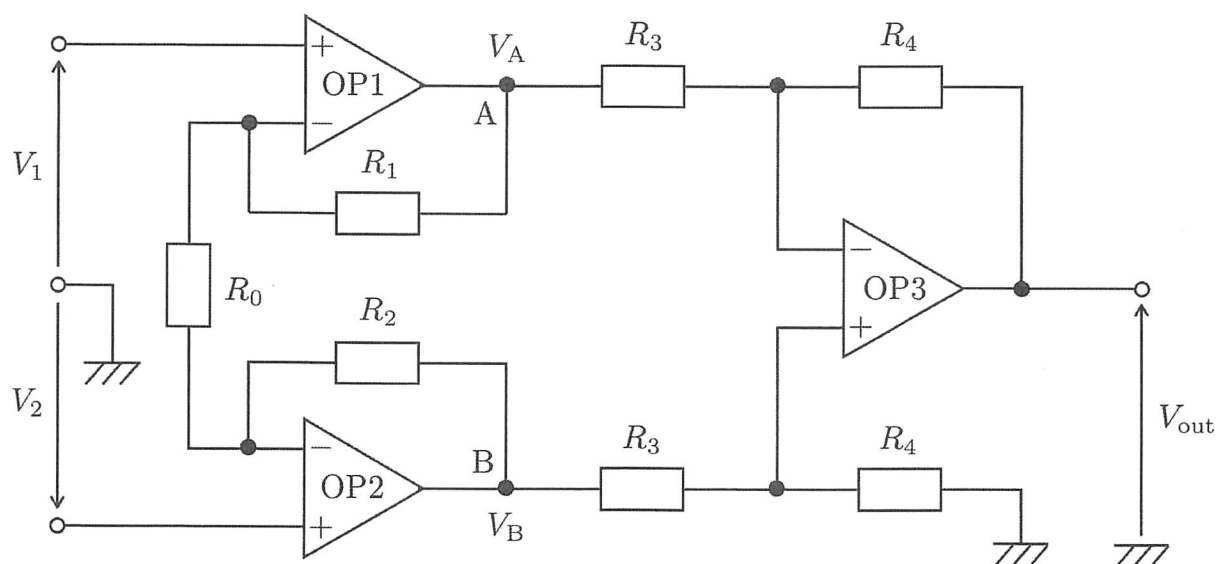
時間関数 $x(t)$ ($t < 0$ で $x(t) = 0$ とする。 a は複素数。)	ラプラス変換 $X(s) = \int_0^\infty x(t) \exp(-st) dt$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\exp(-at)$	$\frac{1}{s+a}$

[II-3]

図に示すオペアンプ (OP1, OP2, OP3) と抵抗 R_0, R_1, R_2, R_3, R_4 からなる回路について考える. 全てのオペアンプは理想的なものとし, OP1 の + 側の入力端子の電位を V_1 , OP2 の + 側の入力端子の電位を V_2 , OP3 の出力電位を V_{out} とする. なお, オペアンプの電源回路の表記は省略する. 点 A, 点 B における電位を V_A, V_B とする. 以下の問に答えよ.

(配点 15 点)

- (1) V_{out} を R_3, R_4, V_A, V_B を用いて表せ.
- (2) V_A を R_0, R_1, V_1, V_2 を用いて表せ.
- (3) V_{out} を $R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, V_1, V_2$ を用いて表せ.

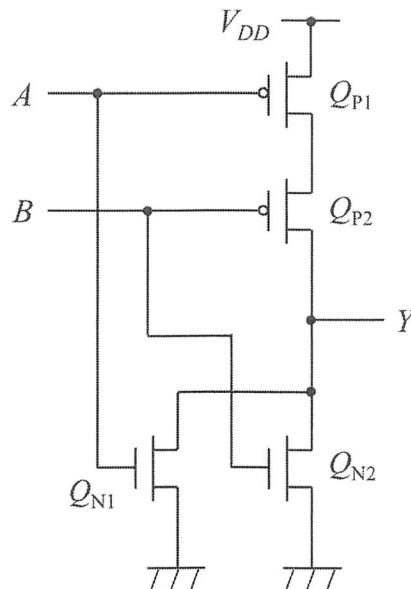


[II-4]

図に示す入力 A, B 、出力 Y からなるデジタル電子回路に関する以下の問に答えよ。ただし Q_{P1} , Q_{P2} は p チャネル MOSFET, Q_{N1} , Q_{N2} は n チャネル MOSFET であり、それらの動作はエンハンスメント型とする。 $V_{DD} (>0)$ はこの回路を動作させるのに十分な大きさの電源電圧である。また、ハイレベル信号を H（論理の 1）、ローレベル信号を L（論理の 0）と表記する。解答には、[II-4] と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 15 点)

- (1) 図の回路の動作を示す表を、入試解答用紙に完成させよ。ただし、 Q_{P1} , Q_{P2} , Q_{N1} , Q_{N2} の導通状態を ON, 非導通状態を OFF で記入し、出力 Y は H か L を記入すること。
- (2) 入力 A, B と出力 Y の関係を表す論理ゲートを単一の回路記号として 1 つ示せ。ただし、回路記号は MIL 記号で表すこと。



[II-5]

理想的な金属-n形半導体ショットキー接合（絶対温度 T ）に関する以下の問に答えよ．ただし，鏡像力効果は無視できるとする．また，電気素量，ボルツマン定数，換算プランク定数を，それぞれ， q ， k_B ， $\hbar$ とする．なお，解答には [II-5] と書かれた入試解答用紙を用いよ．

(配点 30 点)

図1と図2は，それぞれ，金属と半導体が孤立して存在している時と接触している時のエネルギーバンド図である．ただし， E_C ， E_V ， E_F は，それぞれ，伝導帯下端のエネルギー，価電子帯上端のエネルギー，フェルミ準位である．

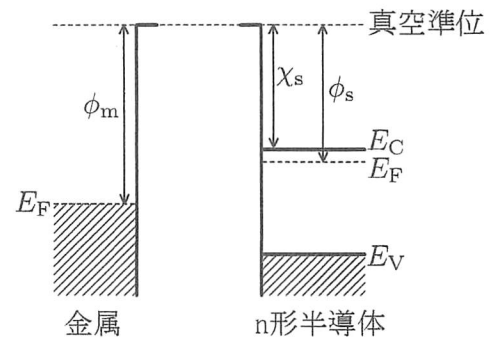


図 1

- (1) 図中のエネルギー χ_s ， ϕ_s ， V_D の名称を，それぞれ述べよ．
- (2) 図2の ϕ_B と qV_D を， ϕ_m ， ϕ_s ， χ_s の中から必要なものを用いて，それぞれ表せ．

以下では，図2の状態から，半導体と金属の間に順方向電圧 V ($0 < V < V_D$) を印加した場合を考える．

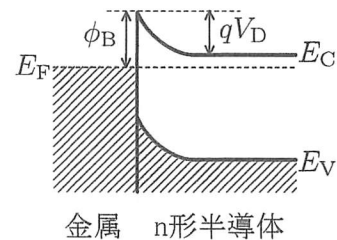


図 2

- (3) エネルギーバンド図を描け．図中に金属と半導体のそれぞれの E_F と V を明記すること．
- (4) 半導体の伝導電子に関する以下の文の(ア)から(オ)の空欄にあてはまる式を答えよ．ただし，接合界面と垂直な方向に z 軸をとる．また，伝導電子は質量 m の3次元自由電子とし，その状態密度は $\frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{K}$ (K は電子の運動エネルギー) であることを使ってよい．

伝導電子の速度 v の x 成分， y 成分， z 成分を，それぞれ， v_x ， v_y ， v_z とし， $v = |v|$ とする．伝導電子のエネルギー E を， E_C と m と v を用いて表すと， $E = \boxed{\text{ア}}$ であり， $dE/dv = \boxed{\text{イ}}$ である．したがって，エネルギーが E (ただし， $E > E_C$) から $E + dE$ の微小範囲にある伝導電子の密度 dn は， $dn = \boxed{\text{ウ}} dE = \boxed{\text{エ}} dv_x dv_y dv_z$ である ($e^{(E-E_F)/k_B T} \gg 1$ を用いてよい)．ただし， $dv_x dv_y dv_z$ は速度空間の微小体積である．また，伝導電子がエネルギー障壁を越えて金属側に移動するためには， v_z の大きさが $\boxed{\text{オ}}$ より大きい必要がある．

- (5) 問(4)の結果を利用して，半導体から金属に移動する電子による電流密度の大きさ J が

$$J = \frac{qm}{2\pi^2\hbar^3} (k_B T)^2 e^{-\phi_B/k_B T} e^{qV/k_B T}$$

となることを示せ．必要なら以下の数学公式を使ってよい (α は正の実数)．

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \quad \int_{x_0}^{\infty} x e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha x_0^2}$$

- (6) このショットキー接合には，金属から半導体に移動する電子による電流も流れる．全電流の電流密度を V の関数として求めよ．ただし，金属から半導体に流れる電流を正とせよ．

[II-6]

ある結晶に波数ベクトル $\vec{k}_0$ の X 線を入射し、波数ベクトル $\vec{k}$ の散乱 X 線が発生する状況を考える。このとき、 $|\vec{k}_0| = |\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ (λ は X 線の波長)とする。ただし、回折が生じたとき、入射 X 線の方角と回折 X 線の方角がなす角度を $2\theta_B$ とする。ここで、 θ_B はブラッグ角である。また、 (hkl) 面の面間隔を d_{hkl} とする。以下の問に答えよ。

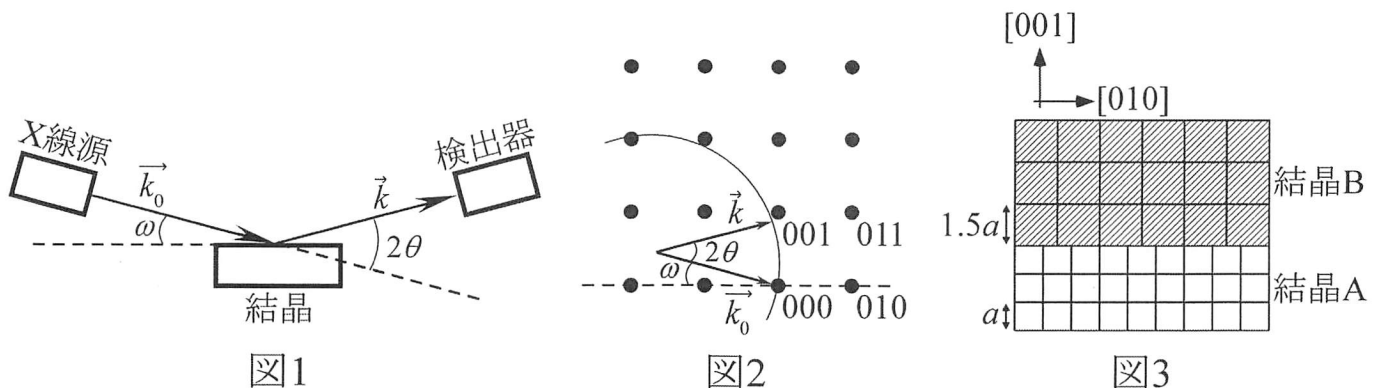
(配点 15 点)

- (1) 下記の文中の□内を数式で埋めよ。

散乱ベクトルは、 $\vec{k}_0$ と $\vec{k}$ を用いて□(ア)と表される。この散乱ベクトルが (hkl) 面に対応する逆格子ベクトルと一致するとき、散乱された X 線は強め合い、回折が生じる。散乱ベクトルの大きさは、 θ_B と λ を用いて□(イ)と表される。また、逆格子ベクトルの大きさは、 d_{hkl} を用いて□(ウ)と表される。ブラッグ条件を満たすとき、□(イ)と□(ウ)は等しい。

次に、図 1 のような、単純立方格子をもつ結晶の X 線回折実験を考える。結晶の表面は (001) 面であり、入射 X 線および散乱 X 線の方角は結晶の (100) 面に平行な面内にある。結晶表面と入射 X 線のなす角度を ω 、入射 X 線と検出器のなす角度を 2θ とし、結晶を固定して ω および θ の変化量が等しくなるように装置を操作して回折 X 線を検出する。図 2 には、実験のある瞬間における結晶の逆格子点とエバルト球の一部が例示されている。

- (2) 図 1 の結晶を格子定数 a をもつ結晶 A とする。 $0 < \omega < \sin^{-1}(2\lambda/a)$ の範囲で観測されるべき、 $[001]$ 軸に垂直なすべての回折面を θ_B の低角側から順番に記せ。ただし、 $\lambda < a/2$ とする。
- (3) 図 3 のように、問(2)の結晶 A の上に格子定数 $1.5a$ の結晶 B (単純立方格子)を接合した結晶を考える。結晶 B のすべての結晶方位は結晶 A のそれらと同一で、界面の効果は無視でき、入射 X 線の侵入長は十分に長いものとする。 $0 < \omega < \sin^{-1}(2\lambda/a)$ の範囲で観測されるべき、 $[001]$ 軸に垂直なすべての回折面を θ_B の低角側から順番に記せ。ただし、 $\lambda < a/2$ とする。解答にあたっては、 $(001)_A$ もしくは $(001)_B$ のように、結晶 A もしくは結晶 B の回折面であることを明確に示すこと。結晶 A と結晶 B の観測される回折面の θ_B が同じ場合、その解答のみ順不同とする。



[II-7]

同一の分子 N 個からなる理想気体が絶対温度 T で熱浴に接している系を考える. この分子は質量 m をもち, その内部自由度は無視できるものとする. なお, ボルツマン定数を k_B , プランク定数を h と表記する. このとき, 1分子の分配関数は, 座標 (x, y, z) と運動量 $\vec{p}=(p_x, p_y, p_z)$ で表される位相空間の微小体積 $dp_x dp_y dp_z dx dy dz$ と1分子の力学的エネルギー E を用いて,

$$\frac{1}{h^3} \int \dots \int e^{-\frac{E}{k_B T}} dp_x dp_y dp_z dx dy dz$$

と表せる. なお, 同種分子の区別はできないものとする. 以下の問に答えよ.

(配点 20 点)

- (1) この分子は自由粒子として扱えるものとする. このとき, 1分子の分配関数を求めよ. ただし, 本系の体積を $\Omega (= \iiint dx dy dz)$ とし, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}$ の関係を用いて求めること.
- (2) 問(1)において, この分子 N 個の系の分配関数 Z_N を求めよ. なお, N の階乗の表記には $N!$ を用いよ.
- (3) 問(2)において, 系の平均エネルギー $U (= k_B T^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln Z_N)$ と定積熱容量を求めよ. ただし, N , k_B , T のうちから必要なものを用いて答えること.

この分子 N 個からなる理想気体を, 一様な重力場中で半無限に長い円筒容器に入れる. このとき, 円筒容器の軸を z 軸とすると($z \geq 0$, 容器の底面 $z = 0$), 重力加速度の方向は $-z$ 方向, 大きさは g である. なお, 円筒の断面積は $S (= \iint dx dy)$ であり, 系は絶対温度 T で熱浴に接しており, 熱平衡状態であるとせよ. 分子の位置エネルギーは $z = 0$ のとき0と定義する.

- (4) 運動量 $\vec{p}$ をもち, z の位置にある1分子の力学的エネルギー E を, $\vec{p}$, m , g , z を用いて表せ.
- (5) この分子 N 個の系の分配関数と平均エネルギーを求めよ. なお, N の階乗の表記には $N!$ を用いよ.
- (6) 以下の文章が正しくなるように, 下の選択肢から空欄 (ア), (イ)に当てはまる適切な語句を選べ.
重力の影響の有無にかかわらず, 系は (ア) 分布に従っているが, 重力の影響が有る場合の系の定積熱容量は, 無い場合の系のそれと比べて (イ). これは, 温度が上昇したとき, 運動エネルギーだけでなく, 位置エネルギーが増加する分子も存在するためである.

(ア): ミクロカノニカル / カノニカル / グランドカノニカル

(イ): 大きい / 小さい

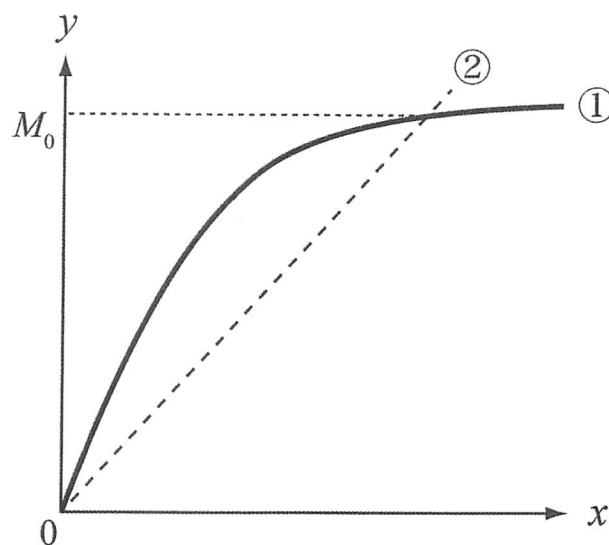
[II-8]

絶対温度 T における強磁性体の自発磁化 M_0 が下記の式①と式②を同時に満たす解の y で与えられるとする.

$$y = Ng\mu_B J B(x) \quad \text{①}$$

$$y = \frac{k_B T}{g\mu_B J \lambda} x \quad \text{②}$$

ここで、 $B(x)$ はブリルアン関数であり、マクローリン展開した第1項は $\frac{J+1}{3J}x$ と表され、 N は単位体積あたりの原子磁気モーメント数、 g は g 因子、 μ_B はボーア磁子、 J は全角運動量の量子数、 k_B はボルツマン定数、 λ は分子磁界係数である. なお、図は式①と式②のある条件下の概形を表したものである. 以下の間に答えよ. ただし、解答には[II-8]と書かれた入試解答用紙を用いよ.



(配点 10 点)

- (1) キュリー温度 T_C を、 N , g , μ_B , J , k_B , λ を用いて記せ. ただし、導出過程も示すこと.
- (2) 図を参考にして M_0 と T の関係を考察し、その概形を図示せよ. ただし、その考察内容も記述し、図中に T_C を記すこと.