

電子光科学 II

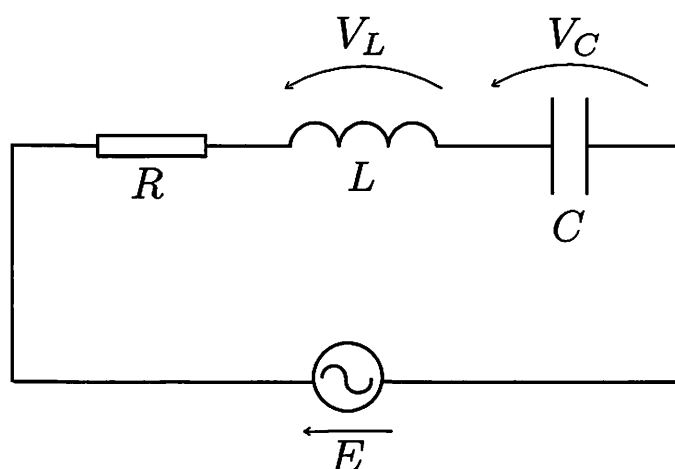
次の [II-1] から [II-8] までの8問についてそれぞれ別の解答用紙に答えよ。なお、各問題に2枚以上の解答用紙を用いる場合は、「[II-1]（2枚目）」などのように明記せよ。

[II-1]

図のとおり、抵抗 R 、インダクタ L 、キャパシタ C 、独立交流電圧源 E からなる回路が交流定常状態にある。回路に流れる電流を I とする。キャパシタおよびインダクタの素子電圧をそれぞれ V_C および V_L とする。虚数単位を j とする。電圧および電流を表す変数はすべてフェーザとする。以下の問に答えよ。

(配点 20 点)

- (1) $|V_C|$ が最大となる角周波数（共振点 ω_r ）が $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ となることを導け。
- (2) 共振点における素子電圧 V_C と V_L は、振幅が同じで位相が 180° 異なることを示せ。
- (3) 共振点における V_C を用いて、 Q 値を $Q = \left| \frac{V_C}{E} \right|$ と定義する。 $Q = \frac{\omega_r L}{R}$ を導け。
- (4) E が出力する電流値 I の絶対値は共振点で最大値 $|I_{\max}|$ となる。 $|I| = \frac{|I_{\max}|}{\sqrt{2}}$ となる角周波数を ω_1 および ω_2 （ただし $0 \leq \omega_1 < \omega_2$ ）とする。 ω_1 および ω_2 を求めるための方程式を記し、 ω_1 および ω_2 を求めよ。
- (5) $Q = \frac{\omega_r}{\omega_2 - \omega_1}$ を示せ。



[II-2]

x 軸に沿って置かれた無限に長い無損失伝送線路を考える．線路の特性インピーダンスを Z_0 ，線路における波動の位相速度を v とし，ともに正の定数とする．図に示されるように，時刻 t ，位置 x における線路中の電圧，電流をそれぞれ $V(t, x)$ ， $I(t, x)$ で表す．以下の問に答えよ．ただし，三角関数の引数には弧度法（ラジアン単位）を用いる．解答には [II-2] と書かれた入試解答用紙を用いよ．

(配点 15 点)

(1) 時刻 0 において初期条件が以下で与えられたとする．

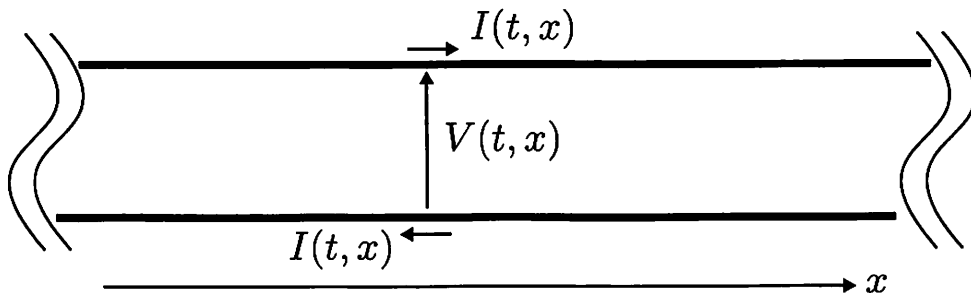
$$V(0, x) = V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right), \quad I(0, x) = \frac{V_0}{Z_0} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$t \geq 0$ における $V(t, 0)$ ， $I(t, 0)$ を導出し，それぞれの波形の概形を入試解答用紙に描け．ただし， λ および V_0 は正定数である．

(2) 時刻 0 において初期条件が以下で与えられたとする．

$$V(0, x) = V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right), \quad I(0, x) = \frac{V_0}{Z_0} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$t \geq 0$ における $V(t, 0)$ ， $I(t, 0)$ を導出し，それぞれの波形の概形を入試解答用紙に描け．ただし， λ および V_0 は正定数である．

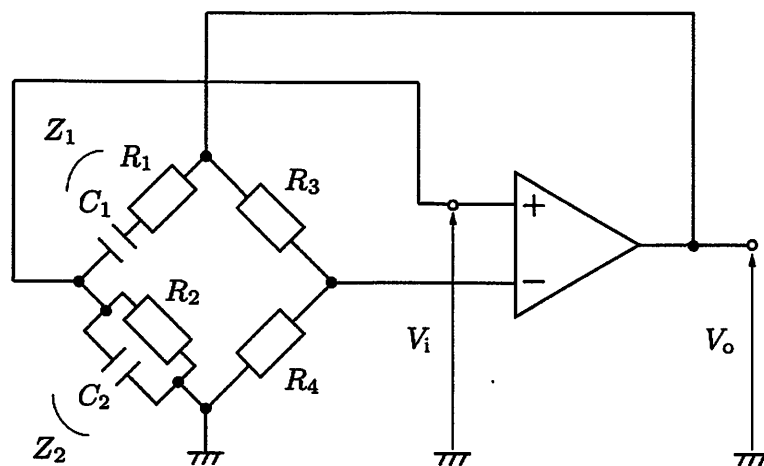


[II-3]

図に示すウィーン・ブリッジ発振回路について考える．発振条件を満たし，角周波数 ω で定常発振状態にあるとする．オペアンプは理想的なものとし，オペアンプの入力電圧，出力電圧をそれぞれ V_i , V_o とする．虚数単位は j とする．なお，オペアンプの電源回路の表記は省略する．以下の問に答えよ．

(配点 20 点)

- (1) 抵抗 R_1 とキャパシタ C_1 が直列に接続された回路の複素インピーダンス Z_1 ，抵抗 R_2 とキャパシタ C_2 が並列に接続された回路の複素インピーダンス Z_2 を求めよ．
- (2) $\frac{V_o}{V_i}$ を抵抗 R_3 , R_4 を用いて表せ．
- (3) ω を R_1 , R_2 , C_1 , C_2 を用いて表せ．



[II-4]

デジタル回路に関する以下の問に答えよ。なお，High レベル信号を H，Low レベル信号を L と表記する。解答には，[II-4]と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 20 点)

- (1) 図 1 の回路に図 2 に示すような入力信号を与えたときの出力 Q_1 と Q_2 の時間変化を，入試解答用紙に各々描け。ただし，論理ゲートの伝搬遅延時間は無視できるとする。
- (2) 図 3 の回路に図 4 に示すような入力信号を Q_0 に与えたときの Q_3 の時間変化を，入試解答用紙に描け。ただし， Q_3 の初期値は H レベルにあるものとする。また，図 3 中の論理ゲートの伝搬遅延時間はいずれも τ とし，論理ゲートの立上り及び立下り時間は伝搬遅延時間に比べて十分短いとする。

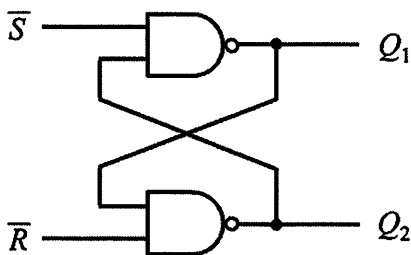


図 1

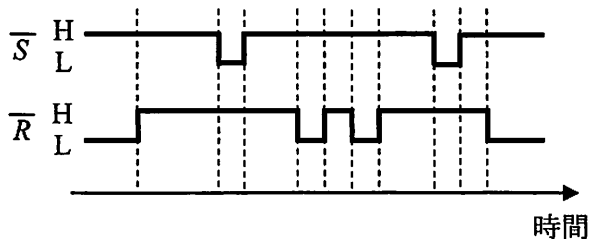


図 2

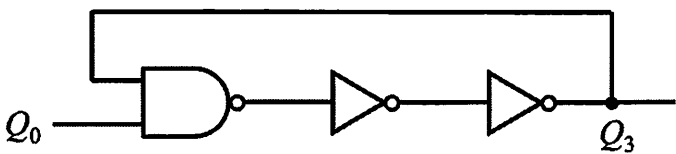


図 3

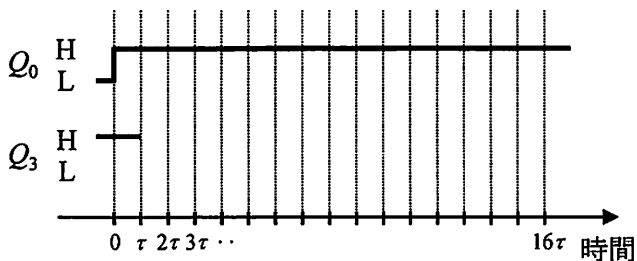


図 4

[II-5]

下図は同じ半導体からなる理想的な p-n 接合のエネルギーバンド図を模式的に表したものである。 E_C , E_V , E_F は、それぞれ、伝導帯下端のエネルギー、価電子帯上端のエネルギー、フェルミ準位である。また、図に示すように、接合面は $x = 0$ にあり、n 形半導体と p 形半導体の中の空乏層端は、それぞれ、 $x = x_n$ と $x = -x_p$ にある。ここで、接合面は十分に大きく、p 形半導体と n 形半導体の x 方向の長さは十分に長いとする。電気素量を q 、ボルツマン定数を k_B とし、半導体の絶対温度を T とする。以下の問に答えよ。なお、解答には [II-5] と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 30 点)

- (1) 図中に示されている V_D の名称を述べよ。

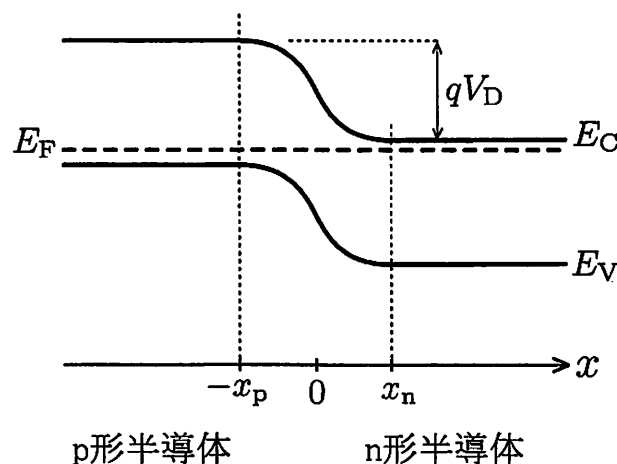
以下では、この p-n 接合に順方向電圧 V (ただし、 $0 < V < V_D$) を印加した場合に、 $x \geq x_n$ の領域に注入される正孔の密度 p_n と正孔電流密度 J_p について考える。

- (2) V を印加したことにより空乏層幅 ($x_n + x_p$) はどのように変化するか、入試解答用紙の解答欄の選択肢に○をつけよ。また、入試解答用紙のエネルギーバンド図を完成させよ。ただし、図中に qV の大きさと n 形半導体のフェルミ準位 E_F を明示すること。
- (3) $x \geq x_n$ の領域に注入された正孔の平均寿命を τ_p とする。時間を t として、 p_n が満たすべき微分方程式(キャリア連続の式)を書け。
- (4) n 形半導体中の正孔の拡散定数を D_p とする。 J_p を D_p を含む式で表せ。
- (5) 問(3)と問(4)の結果から、 p_n が定常状態において満たすべき微分方程式を求めよ。
- (6) 問(5)の微分方程式を解け。ただし、 $x = x_n$ における p_n は

$$p_n = p_{n0} \left\{ \exp \left(\frac{qV}{k_B T} \right) - 1 \right\}$$

である。ここで、 p_{n0} は熱平衡状態での n 形半導体中の正孔密度である。

- (7) 問(4)と問(6)の結果を利用して、 J_p を x の関数として求めよ。
- (8) 問(7)の結果を利用して p-n 接合を流れている電流の電流密度 J を考える。このとき $J = J_p(x_n) + J_n(-x_p)$ となる理由を200字程度で述べよ。ただし、 $J_p(x_n)$ と $J_n(-x_p)$ は、それぞれ、 $x = x_n$ での正孔電流密度、 $x = -x_p$ での電子電流密度である。



[II-6]

結晶の構造因子 F は、 $F = \sum_{j=1}^n f_j \exp\{-2\pi i(hx_j + ky_j + lz_j)\}$ で与えられる。ここで、 i は虚数単位、 f_j は単位格子内の n 個の原子のうち、 j 番目の原子の原子散乱因子であり、 h, k, l は回折面指数、 x_j, y_j, z_j は j 番目の原子の位置を表し、 $0 \leq x_j, y_j, z_j < 1$ である。次に例として、閃亜鉛鉱型格子を有する GaAs 結晶を考える。単位格子内における

4つの Ga 原子の位置は、 $(\text{ア}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0), (\text{イ}), (\text{ウ}),$

4つの As 原子の位置は、 $(\text{エ}), (\text{オ}), (\text{カ}), (\text{キ})$

である。Ga の原子散乱因子を f_{Ga} 、As のそれを f_{As} とすると、GaAs 結晶の構造因子 F_{GaAs} は、

$$F_{\text{GaAs}} = \left[f_{\text{Ga}} + f_{\text{As}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\pi i(h+k+l)\right\} \right] [1 + \exp\{-\pi i(h+k)\} + \exp\{-\pi i(h+l)\} + \exp\{-\pi i(k+l)\}]$$

となる。このとき消滅則は、

h, k, l が偶数・奇数混合のとき、 $F_{\text{GaAs}} = (\text{ク})$

h, k, l が偶数・奇数非混合のとき、 m を整数とすると以下のようになる。

$h+k+l = 4m$ のとき、 $F_{\text{GaAs}} = (\text{ケ})$

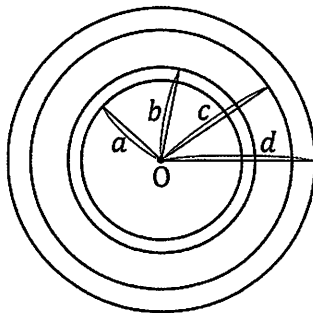
$h+k+l = 4m+2$ のとき、 $F_{\text{GaAs}} = (\text{コ})$

$h+k+l = 2m+1$ のとき、 $F_{\text{GaAs}} = (\text{サ})$ または (シ)

上記の文に関して、以下の問に答えよ。

(配点 15 点)

- 文中の(ア)から(キ)に入る適切な位置を、(ク)から(シ)に入る適切な数字または数式を答えよ。ただし、(ア)から(ウ)ならびに(エ)から(キ)の解答は、それぞれ順不同であり、(ク)から(シ)の解答にあたっては、 h, k, l, m は用いず、必要に応じて、 $f_{\text{Ga}}, f_{\text{As}}$ を用いること。
- h, k, l が偶数・奇数非混合のとき、 $h+k+l$ の値が0, 1, 2, 3, 4, 5となるそれぞれの場合に対して、最も低次の回折面(hkl)をすべて記せ。
- 問(2)で答えた回折面を、格子面間隔が小さい順に並べて記せ。ただし、格子面間隔が同じ回折面が複数ある場合は、そのうちの一つを記せばよい。
- 図は、配向性を持たない GaAs の多結晶膜を電子顕微鏡で観察した際に得られた電子回折パターンの模式図である。点Oは透過波のスポット、同心円は多結晶であることに起因する回折リングを表している。図中にある各回折リングの半径の比 $a:b:c:d$ を求めよ。



[II-7]

自由粒子とみなせる同一の分子からなる理想気体が温度 T の熱浴に接している系を考える。この分子は質量 m を持ち、その内部自由度は無視できるものとする。なお、本系の分子の数は一定であり、ボルツマン定数を k_B 、プランク定数を h と表記する。以下の問に答えよ。なお、解答には、[II-7]と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 20 点)

(1) 速度 $\vec{v}$ を持つ1分子の力学的エネルギーを書け。

(2) 1分子の分配関数は、運動量 $\vec{p}=(p_x, p_y, p_z)$ で表される運動量空間の微小体積 $dp_x dp_y dp_z$ 、1分子の力学的エネルギー E 、本系の体積 Ω を用いて、

$$\frac{\Omega}{h^3} \iiint e^{-\frac{E}{k_B T}} dp_x dp_y dp_z,$$

と表せる。1分子の分配関数を求めよ。ただし、 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}$ を用いよ。

(3) 1分子が、速度空間において、速度 $\vec{v}=(v_x, v_y, v_z)$ 周辺の微小体積 $dv_x dv_y dv_z$ 内に速度を持つ確率を $f(\vec{v}) dv_x dv_y dv_z$ とする。このとき、 $f(\vec{v})$ は、

$$f(\vec{v}) = A e^{-\frac{m}{2k_B T} |\vec{v}|^2},$$

と表せる。問(2)の結果を用いて、 A を求めよ。

(4) 速度 $\vec{v}$ の大きさを v として、1分子が v から $v+dv$ の間に速さを持つ確率を $F(v)dv$ とする。問(3)の結果を用いて $F(v)$ を導出し、 $F(v)$ が最大となる $v(=\bar{v})$ を求めよ。また、 $F(v)$ のグラフの概形を入試解答用紙の枠中に描け。このとき、 $\bar{v}$ をグラフ中に書き入れること。

(5) 問(4)において、系の分子は酸素分子であり、 $\bar{v}$ は 500 m/s であった。温度 T を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、この酸素分子は、自由粒子として扱うことができ、その内部自由度は無視できるものとする。なお、アボガドロ数は $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 、 k_B は $1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ 、酸素分子の分子量は 32.0 である。

[II-8]

表は 3d 遷移金属とその合金に関して、結晶構造、単位格子の体積、飽和磁化、キュリー温度(T_C)、1 原子あたりの磁気モーメント、1 原子あたりの電子数を表している。以下の問に答えよ。

(配点 10 点)

金属	結晶構造	単位格子の 体積 (nm ³)	飽和磁化 (Wb/m ²)	T_C (K)	1 原子あたりの 磁気モーメント (μ_B)*	1 原子あたりの 電子数 (個)
(ア)	b.c.c.	0.0234	2.18	1043	2.2	26
FeCo 合金 (Fe 70%, Co 30%)	b.c.c.	0.0234	2.46	1210	(ウ)	—
Co	h.c.p.	0.0222	1.81	1388	1.7	27
Ni	(イ)	0.0436	0.650	627	0.61	28

$$*\mu_B = 1.17 \times 10^{-29} \text{ Wb}\cdot\text{m}$$

- (1) 表中の空欄 (ア) の元素と (イ) の結晶構造を示せ。
- (2) 表中の空欄 (ウ) の値を有効数字 2 桁で求めよ。
- (3) 問(1)で答えた (ア) の元素について、平均場近似が成り立つとき、最隣接原子間におけるスピン間の交換積分 J_{ex} は次式で表されたとする。 J_{ex} の値を有効数字 2 桁で求めよ。

$$J_{\text{ex}} = \frac{3k_B T_C}{2S(S+1)Z}$$

ただし、 k_B はボルツマン定数(1.38×10^{-23} J/K)、 S はスピン角運動量の量子数、 Z は最隣接原子数である。なお、ここでは $S \approx \frac{1}{2}$ と近似して良い。

- (4) 表中の 1 原子あたりの磁気モーメントが、(ウ) も含めて非整数である理由を簡単に説明せよ。必要であれば図を用いて説明しても良い。