

電子光科学 II

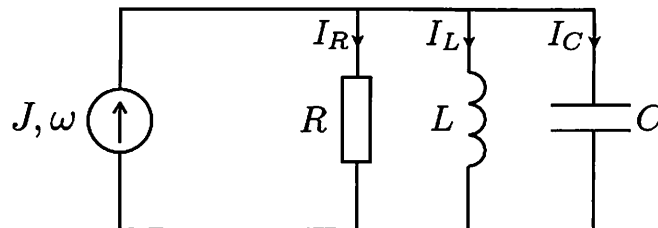
次の [II-1] から [II-8] までの 8 問についてそれぞれ別の答案用紙に答えよ。なお、各問題に 2 枚以上の答案用紙を用いる場合は、「[II-1] (2 枚目)」などのように明記せよ。

[II-1]

図のように、RLC 並列共振回路に角周波数 ω の交流電流源 J が接続されており、交流定常状態にある。以下の問に答えよ。ただし、問 (1) および問 (2) に関しては、答えに至るまでの説明を含めること。

(配点 20 点)

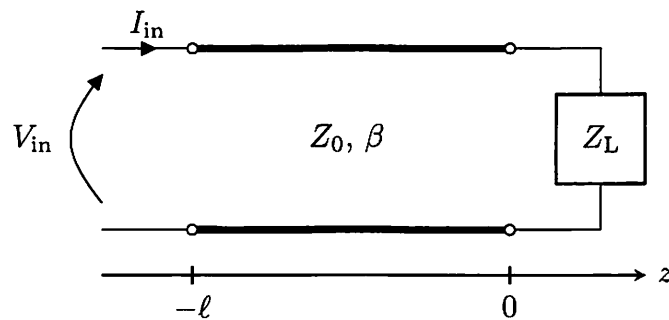
- (1) この回路の共振周波数を求めよ。
- (2) 回路が共振周波数で駆動されているとき、 $|I_C| - |I_L|$ と $\angle I_C - \angle I_L$ を求めよ。
- (3) 共振周波数近傍における $|I_R|$ の周波数特性の概略を図示せよ。また、共振周波数における $|I_R|$ を示せ。



[II-2]

図のように z 軸に平行に置かれた長さ l の無損失伝送線路を考える。この線路の右端 ($z = 0$) にインピーダンス Z_L の負荷が接続され、左端 ($z = -l$) から角周波数 ω の定常信号が入力されている。伝送線路の特性インピーダンスを Z_0 とし、位相定数 (波数) を $\beta > 0$ とすると、伝送線路中の複素電圧振幅 $V(z)$ は $V(z) = A \exp(-j\beta z) + B \exp(j\beta z)$ と表せる。ただし、 j は虚数単位で、 A, B は複素定数である。以下の問に答えよ。答えのみではなく導出の過程も示すこと。

(配点 15 点)



- (1) 左端における入力電圧の複素振幅を V_{in} 、入力電流の複素振幅を I_{in} で表す。このとき、左端から $z \geq -l$ をみたときの実効的なインピーダンス $Z = V_{in}/I_{in}$ を Z_0, Z_L, β, l によって表せ。答えに A, B は用いないこと。
- (2) l を $V(z)$ の波長の 4 分の 1 とする。 Z を Z_0, Z_L で表せ。

[II-3]

図1に示す理想的な演算増幅器，抵抗 R_1 と R_2 からなる回路を考える．時刻 t における $v_1(t)$ ， $v_2(t)$ はそれぞれ，入力信号，出力信号の電圧である．なお，演算増幅器の電源回路の表記は省略する．以下の問に答えよ．

(配点 20 点)

- (1) $v_1(t)$ と $v_2(t)$ の関係を求めよ．
- (2) 抵抗 R_2 をキャパシタ C に置き換え， $v_1(t)$ に図2に示す周期 $2T$ ，振幅 E の矩形波を入力した． $0 \leq t \leq 4T$ における $v_2(t)$ を描け．ただし， $t=0$ におけるキャパシタの電荷をゼロとする．

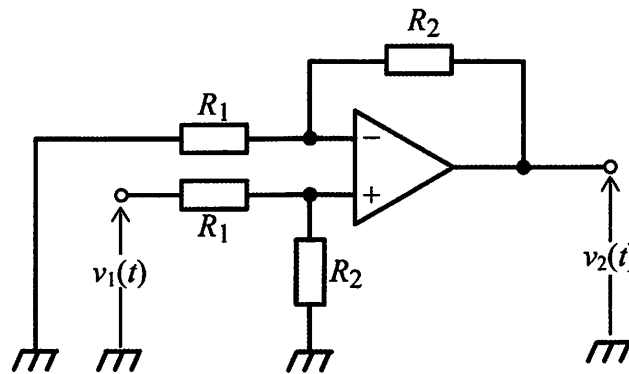


図 1

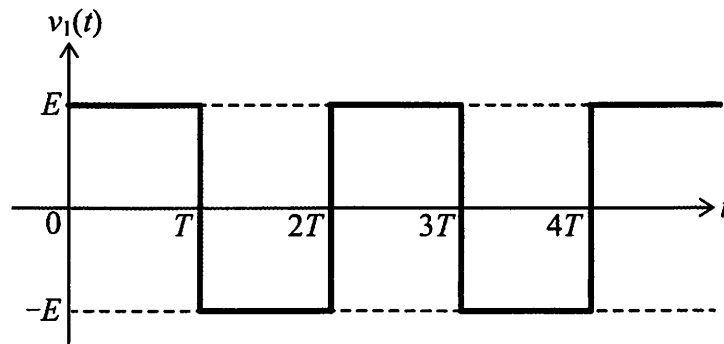


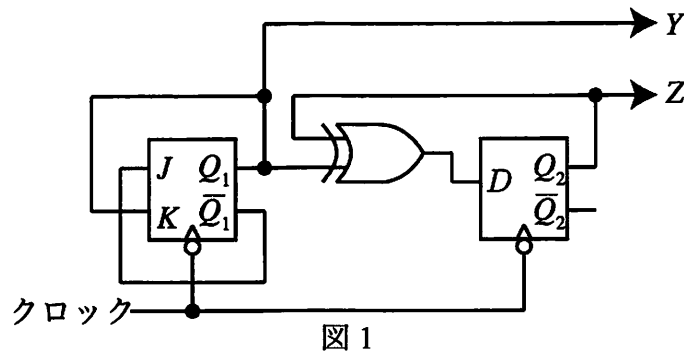
図 2

[II-4]

クロックの立ち下がりで反応するフリップフロップ (FF) を用いた図 1 の論理回路に関して、以下の問に答えよ。論理積は「 \cdot 」、論理和は「 $+$ 」、否定は「 \neg 」で表す。ハイレベル信号を H、ローレベル信号を L と表記し、各々 1, 0 と対応させる。

(配点 20 点)

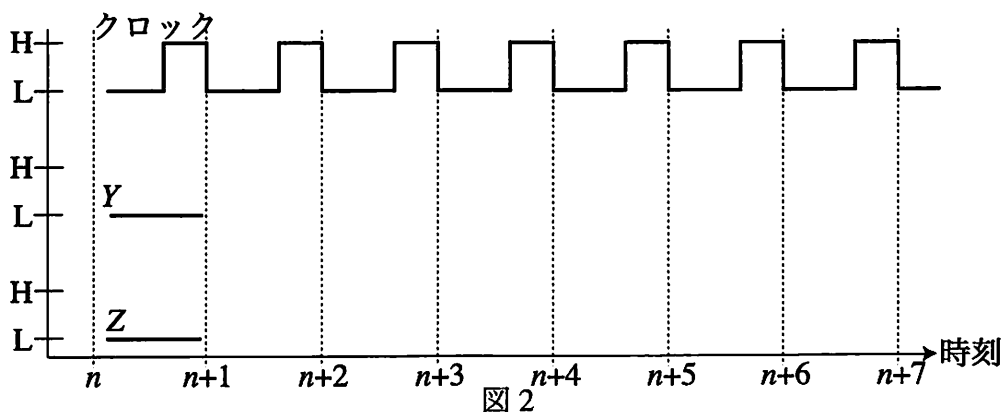
- (1) n 回目のクロックが入ったときにおける Q_1 および Q_2 を Q_1^n および Q_2^n とする。 J, K, D, Y, Z を Q_1^n および Q_2^n を用いた論理式で求めよ。ただし、論理演算記号は「 \cdot 」、「 $+$ 」、「 \neg 」を用いよ。



- (2) $n+1$ 回目のクロックが入り状態が遷移したときを考える。以下の表の空欄部分を埋め、完成した状態遷移表を入試解答用紙に示せ。

| 現在 (n) の状態 | | | | | 次 ($n+1$) の状態 | |
|----------------|---------|-----|-----|-----|-----------------|-------------|
| Q_1^n | Q_2^n | J | K | D | Q_1^{n+1} | Q_2^{n+1} |
| 0 | 0 | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | |
| 0 | 1 | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | |

- (3) 図 2 のように連続したクロックが与えられたとき、 Y および Z の $n+1$ から $n+7$ までの状態を記入したタイミングチャートを入試解答用紙に示せ。なお、 n において、 $Y=L, Z=L$ とし、クロックとの対応がわかるようにすること。



[II-5]

水素原子に関する以下の問に答えよ。ただし、原子核の質量は電子の質量に比べて十分大きく、原子核は静止しているとし、原子核の中心を座標原点とする。また、静電ポテンシャルエネルギーには SI 単位系の式を用いることとし、無限遠点での静電ポテンシャルエネルギーを 0 とする。

(配点 20 点)

- (1) 水素原子中の電子の座標原点からの距離を r としたとき、電子の全エネルギーを表すハミルトニアン演算子を書け。ただし、換算プランク定数を \hbar 、電子の質量を m 、真空の誘電率を ϵ_0 、原子核と電子の電荷を、それぞれ、 $+q$ 、 $-q$ とし、ラプラシアン記号は ∇^2 とせよ。

水素原子中の電子の基底状態の規格化された波動関数は、極座標 (r, θ, ϕ) を用いると

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

である。ここで、 a_0 は ボーア半径である。以下では、基底状態の電子について考える。

- (2) r の期待値を求めよ。
 (3) 電子の静電ポテンシャルエネルギーの期待値を求めよ。
 (4) 電子の全エネルギーの期待値は

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{2a_0}$$

であることが知られている。このことと問 (3) の結果を使って、電子の運動エネルギーの期待値を求めよ。

【ヒント】 必要なら、次の数学公式を使ってよい。

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-cx} dx = \frac{6}{c^4} \quad (c \text{ は正の実数})$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-cx} dx = \frac{1}{c^2} \quad (c \text{ は正の実数})$$

[II-6]

図1のように格子定数 a の単純立方格子をもつ結晶に単色の X 線を入射して、回折 X 線を観測することを考える。結晶の表面は(100)面で、入射 X 線は結晶の(001)面に平行な面内にあるとし、結晶表面上の測定点 (X 線照射位置) を通る[001]軸まわりに結晶を回転させる。表面と入射 X 線のなす角を ω 、入射 X 線と散乱 X 線のなす角を 2θ とする。図2には、このときの逆格子とエバルト球の一部を示す。点Oは逆格子の原点、点Cはラウエ点、 k_0 および k はそれぞれ入射 X 線および散乱 X 線の波数ベクトルである。以下の問に答えよ。なお、解答には、[II-6]と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 20 点)

- (1) この結晶で回折が起こるときのエバルト球の半径の最小値を求めよ。
- (2) 結晶を $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ の範囲で回転させたときに逆格子点 100 および 110 が描く軌跡を入試解答用紙の図中に描け。
- (3) $|k_0| = |k| = 2\pi/a$ のとき、(100)面による回折が観測される角度 ω および 2θ を求めよ。
- (4) 問(3)の条件から、X 線の波長を短くしていったとき、 2θ はどのように変化するか。理由も付けて簡潔に述べよ。

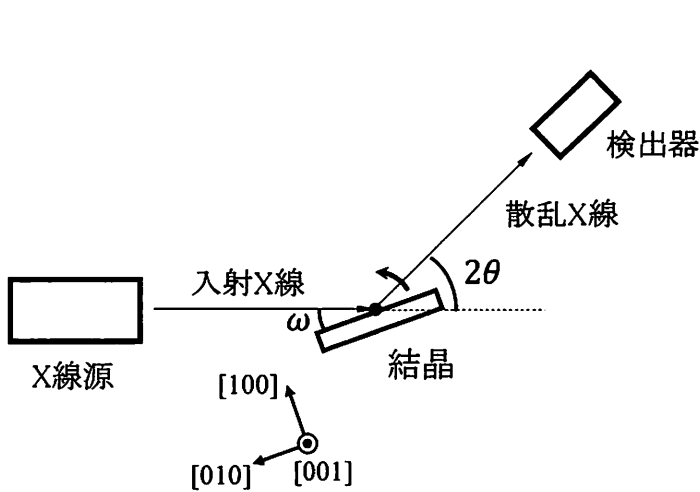


図 1

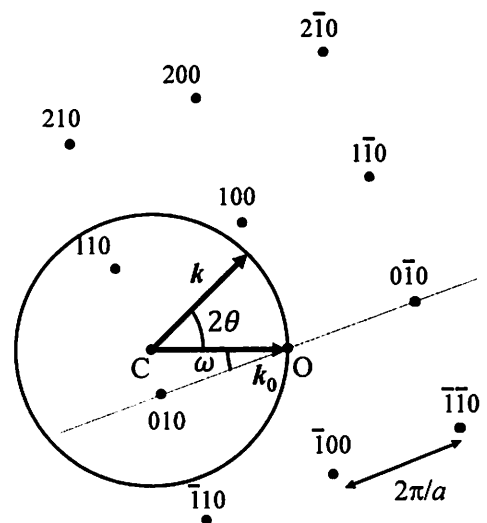


図 2

[II-7]

質量 M の 1 種類の原子が格子定数 a で x 軸方向に無限に並ぶ一次元結晶を考える。換算プランク定数を \hbar とする。以下の間に答えよ。なお、解答には、[II-7]と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 20 点)

この一次元結晶の電子系について考える。空格子近似が成り立ち、1 電子のエネルギー分散関係 $E(k_e)$ は拡張ゾーン形式で $E(k_e) = Ak_e^2$ と表せるとする。なお、 k_e は電子の波数、 A は定数である。

- (1) 有効質量 m_e を求めよ。また、第一ブリルアンゾーン端における電子のエネルギーの最小値 E_b を、 m_e , a , \hbar を用いて書き表せ。
- (2) 還元ゾーン形式で分散関係 $E(k_e)$ を図示せよ。ただし、縦軸 $E(k_e)$ は、 $0 \leq E(k_e) \leq 9E_b$ の範囲で書き示すこと。なお、 $k_e=0$ におけるエネルギーの値及び第一ブリルアンゾーン端の k_e の値を図に書き入れること。

この一次元結晶の格子系について考える。格子点を平衡点として、原子（質量 M ）は x 軸上で振動している。今、隣接する原子がばね定数 K のばねで連結しているモデルを考える。

- (3) 下記の文章の空欄 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$, $\boxed{\text{ウ}}$ に適した数式を、空欄 $\boxed{\text{エ}}$ に適した語句を入れよ。なお、原子に対して x 軸正方向に順番に $\dots j-1, j, j+1 \dots$ と番号をつけ、 u_j を j 番の原子の平衡点からの変位 (x 軸正方向を正とする)、 k_p を格子振動の波数とする。

j 番の原子が $j-1$ 番の原子から受ける力は、 $j-1$ 番と j 番の原子の変位の差に比例し、 x 軸正方向を正として $\boxed{\text{ア}}$ と表される。 $j+1$ 番の原子から受ける力も考慮して、運動方程式は

$$M \frac{d^2 u_j}{dt^2} = \boxed{\text{イ}}$$

となる。格子系全体が角振動数 ω で振動するとき、この運動方程式を解くことで、分散関係は

$$\omega(k_p) = \boxed{\text{ウ}}$$

と求まる。また、角振動数 ω の格子振動を量子化したエネルギー $\hbar\omega$ をもつ粒子を

$\boxed{\text{エ}}$ と呼ぶ。

- (4) 第一ブリルアンゾーン内の分散関係 $\omega(k_p)$ を図示せよ。なお、第一ブリルアンゾーン端における k_p と ω の値を図に書き入れること。

[II-8]

磁性体薄膜の典型的な磁化曲線について考える。図1は、一辺が5 mmの正方形の基板の上に膜厚40 nmの磁性体薄膜を均一に堆積した後、その薄膜の膜面内方向に磁界を印加した際に得られた磁化曲線である。なお、点線は初磁化曲線であり、データは cgs 単位系で表記されている。以下の間に答えよ。

(配点 15 点)

- (1) この磁性体薄膜の保磁力を求めよ。
- (2) この磁性体薄膜の飽和磁化と残留磁化を求めよ。

この磁性体薄膜の一部を長方形片に微細加工して、面内磁区構造を観察する場合を考える。この長方形片の磁化曲線の形状は図1と同じであった。

- (3) 磁化曲線における磁気モーメントがゼロの点では、図2のような磁区構造が観察された。なお、図中の矢印はそれぞれの磁区の磁気モーメントを表している。これをもとに、磁化曲線の A 点、B 点、C 点に対応する点で予想される磁区構造の例をそれぞれ解答用紙に図示せよ。ただし、磁界の印加方向も磁区構造の横に明記すること。

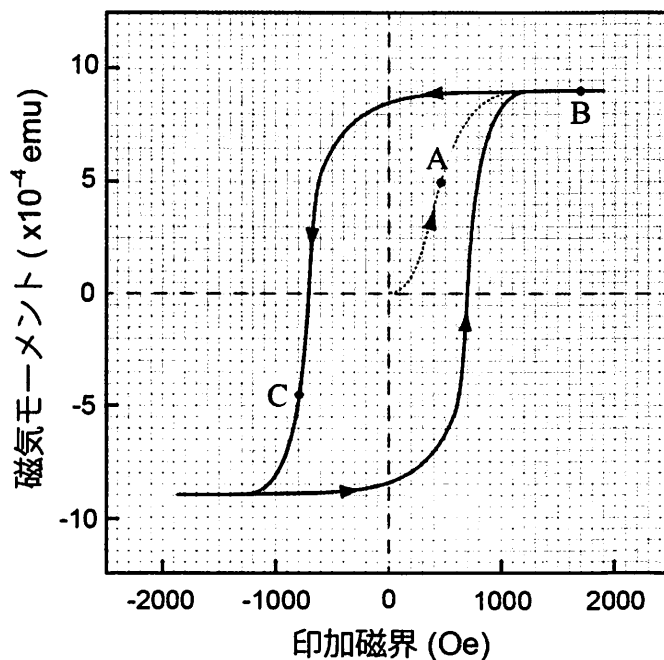


図 1

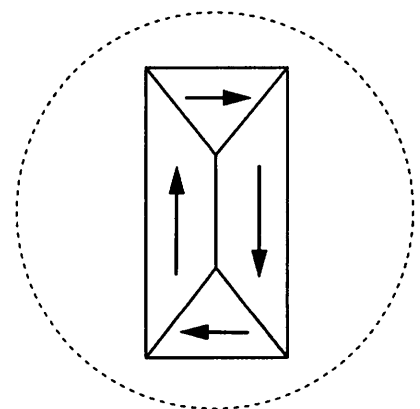


図 2