電子光科学 II

次の [II-1] から [II-7] までの７問についてそれぞれ別の答案用紙に答えよ．なお，各問題に２枚以上の答案用紙を用いる場合は，「[II-1]（２枚目)」などのように明記せよ．

[II-1]

電気回路に関して以下の問に答えよ．ただし，インピーダンスの単位を Ω（オーム）とする．

（配点 20 点）

(1) 図１および２において，Z_1，Z_2，Z_3，Z_4 をインピーダンスとするとき，回路の合成インピーダンスをそれぞれ求めよ．

(2) ラプラス領域のインピーダンス $Z(s)$ の回路に 2 Ω の抵抗を並列に接続したときの合成インピーダンスは以下の通りであった．$Z(s)$ を求めよ．

$$\frac{70s^2+2}{120s^3+35s^2+6s+1}$$

(3) 問 (2) の $Z(s)$ が２つのキャパシタと１つのインダクタからなる場合，考えられる回路を１つ図示せよ．素子の値も図に示せ．

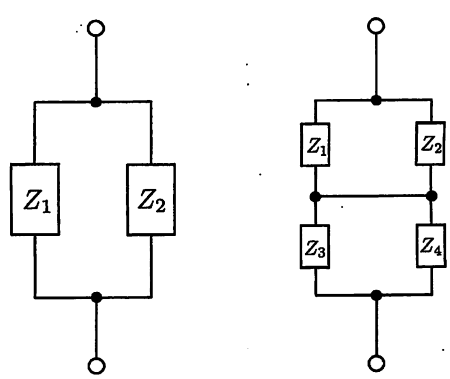


図１　　図２

[II-2]
特性インピーダンス Z_{01} の線路 I と特性インピーダンス Z_{02} の線路 II が縦続接続されている．以下の問に答えよ．

(配点 20 点)

(1) 線路 I 側から見た接続点における電圧反射係数 γ と電圧透過係数 τ を導出せよ．さらに，その結果を用いて，線路 II 側から見た接続点における電圧反射係数 γ' と電圧透過係数 τ' を求めよ．

(2) 線路 I と線路 II の接続部分を 2 端子対回路とみなして，S 行列 $\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$ を求めよ．ただし，線路 I 側をポート 1，その基準インピーダンスを Z_{01}，線路 II 側をポート 2，その基準インピーダンスを Z_{02} とする．

[II - 3]

図 1 に示す MOSFET, 抵抗 R_1, R_2, R_D, R_S, キャパシタ C_D, C_S, 直流電圧源 E, 交流電圧源 v_{in} からなる回路を考える. v_{in}, v_{out}, v_{gs}, v_{ds} は交流信号電圧の振幅である. ただし, 各キャパシタのインピーダンスは入力交流信号の周波数帯において, 十分に小さいものとする. 以下の問に答えよ.

（配点 15 点）

(1) MOSFET は, 図 2 に示す交流小信号等価回路で表すことができる. ただし, g_m は相互コンダクタンス, r_d はドレイン抵抗, i_g, i_d は交流信号電流の振幅である. 図 2 を電圧源を用いた等価回路に書き換えよ.

(2) 問(1)で得られた等価回路を用い, 図 1 の等価回路を図示せよ.

(3) 問(2)で得られた等価回路から, 電圧増幅率 A_v (= v_{out}/v_{in})の式を求めよ.

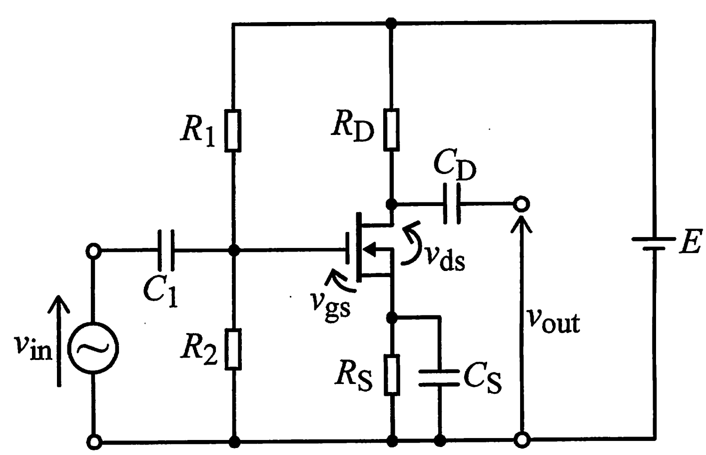


図 1

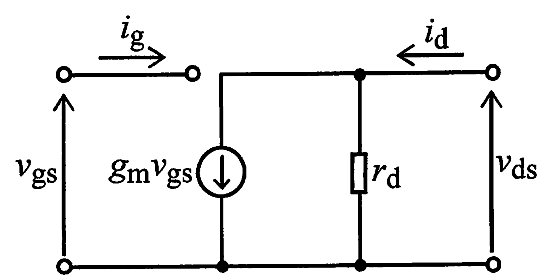


図 2

[II-4]

1 ビットのデジタル加算器（半加算器）について，以下の問に答えよ．論理積は「·」，論理和は「+」，否定は「$\overline{}$」で表す．ハイレベル信号を H，ローレベル信号を L と表記し，各々 1, 0 と対応させる．論理回路記号としては MIL 記号または JIS 記号を用いる．

（配点 20 点）

(1) 2 入力 a, b の算術加算結果の上位ビットを c，下位ビットを s とする（a, b, c, s は論理変数）．c および s に対するカルノー図は以下のようになる．空欄を埋めて，完成したカルノー図を示せ．

c のカルノー図

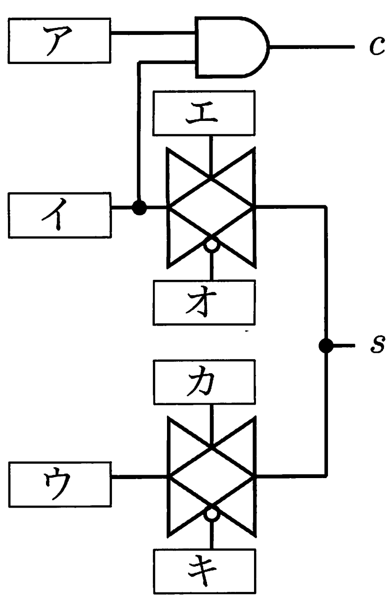
a \ b	0	1
0		
1		

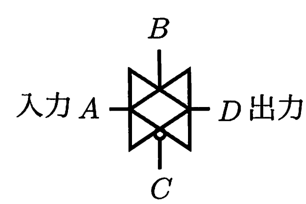
s のカルノー図

a \ b	0	1
0		
1		

(2) 問 (1) より，c および s を，a および b を用いた論理式で表せ．

(3) 問 (2) より，1 ビット加算器はトランスミッションゲート（真理値表は図中の点線内）と AND ゲートを用いることで，下図のような論理回路で表すことができる．下図の $\boxed{ア}$ から $\boxed{キ}$ にあてはまる適切な論理変数，論理変数の否定，または論理値を示せ．





トランスミッション
ゲートの真理値表

A	B	C	D
H	H	L	H
H	L	H	Hi-Z
L	H	L	L
L	L	H	Hi-Z

(Hi-Z: ハイインピーダンス)

(4) 問 (2) で求めた s は，$s = \overline{\left(\overline{\boxed{ク} \cdot \left(\overline{\boxed{ケ} \cdot \boxed{コ}}\right)}\right) \cdot \left(\overline{\boxed{サ} \cdot \left(\overline{\boxed{シ} \cdot \boxed{ス}}\right)}\right)}$

の形に変形することができる．$\boxed{ク}$ から $\boxed{ス}$ にあてはまる適切な論理変数，論理変数の否定，または論理値を求めよ．さらにこのように式変形できることを利用し，1 ビットのデジタル加算器を 5 つの 2 入力 NAND ゲートを用いた論理回路で表せ．

[II-5]

格子定数 a の一次元結晶中での電子について一電子近似で考える．n を任意の整数とすると，一次元波数空間における逆格子点の位置 G_n は，逆格子の基本並進ベクトルの長さ b を用いて nb と書き表すことができる．換算プランク定数を$\hbar$とするとき，以下の問に答えよ．なお，解答には，[II–5]と書かれた入試解答用紙を用いよ．

（配点 30 点）

(1) a を用いて b を表せ．

(2) 質量 m_0 をもち，波数 k で記述できる電子は，真空中で$\hbar^2k^2/(2m_0)$のエネルギーをもつが，結晶中では周期ポテンシャルを感じてふるまう．結晶の周期ポテンシャルの大きさが 0 に限りなく近いとする空格子近似を使って考えた場合，本結晶中における質量 m_0 の電子のエネルギーE_nを，$\hbar$，m_0，k，G_n を用いて表せ．

(3) 問(2)の空格子近似における電子のエネルギー分散関係 $E(k)$を還元ゾーン形式で図示せよ．ただし，3 つの E_n（$n=0$，1，-1）についてのみ描き，第一ブリルアンゾーン端の k の値，及び Γ点（$k=0$）におけるエネルギーの値も図中に記すこと．

(4) 問(3)のグラフにおいて，ブリルアンゾーン端などの電子状態は空格子近似が成立しないことがある．そこで，空格子近似ではなく，結晶の周期ポテンシャルの大きさを十分に小さいとして扱う「ほとんど自由な電子の近似」を用いて考える．この近似における $E(k)$の定性的な概形を，問(3)で答えた $E(k)$のグラフ中に点線で付け加えなさい．ただし，この近似における電子エネルギーの最低値を 0 として還元ゾーン形式で図示し，問(3)で答えた $E(k)$のグラフと大きく異なる箇所は明瞭に描くこと．

(5) 問(4)で述べたブリルアンゾーン端での空格子近似が成立しない電子状態の例が下に記述されている．下記の文章の空欄 (ア)，(イ) に適した語句を入れよ．

電子波が結晶格子から （ア） 反射を受けることで，干渉により （イ） 波が形成されている状態．

[II-6]

下図に示すような x，y，z 方向の長さがすべて L である立方体に完全に閉じ込められた 1 つの電子について，以下の問に答えよ．

（配点 30 点）

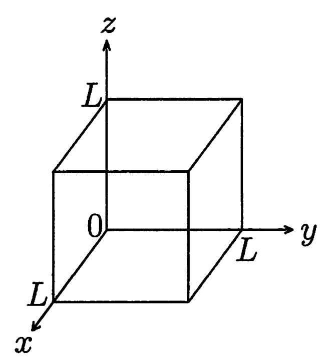
(1) この電子についての時間に依存しないシュレディンガー方程式を，電子の質量 m，換算プランク定数 $\hbar$，全エネルギー E，波動関数 $\psi(x,y,z)$ を用いて書け．ただし，立方体の中のポテンシャルエネルギーは 0 である．

(2) 問 (1) のシュレディンガー方程式を境界条件を考慮して解き，規格化された固有関数およびエネルギー固有値を求めよ．ただし，x，y，z 方向の運動の量子化された固有状態を指定する整数を，それぞれ，n_x，n_y，n_z とすること．ここで，n_x，n_y，n_z の取りうる値は，$1, 2, 3, \cdots, \infty$ である．

(3) 次に，L が非常に大きく，電子は立方体の中を自由に運動できる状況を考える（3 次元自由電子）。問 (2) の結果より，3 次元自由電子の単位体積あたりの状態密度 $D(E)$ は，

$$D(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}\sqrt{E}$$

となることを導け．



[II-7]

下図は格子定数 a の単純立方格子をもつ結晶の逆格子点の一部を表している．以下の問に答えよ．なお，解答には，[II-7]と書かれた入試解答用紙を用いよ．

(1)　(110)面，(210)面，(310)面の面間隔を，それぞれ求めよ．

(2)　この結晶の(110)面に向かって垂直に，波数$\sqrt{2}\pi/a$の X 線を入射した場合のエバルト球の投影図を，解答用紙の図中に描け．ただし，解答にあたっては，入射波の波数ベクトルおよびラウエ点を，それぞれ $\boldsymbol{k}$ および L として図中に示すこと．

(3)　問(2)の場合において，ブラッグ条件を満たし，かつ(001)面に垂直な 3 つの回折面を答えよ．

次に，X 線の波数を変化させる場合を考える．このとき，X 線の波数に応じてブラッグ条件を満たす回折面が変化する．ここでは，問(2)の状態から，入射方向を固定したまま波数を大きくしていき，最初に再度ブラッグ条件が満たされた場合をケース１，さらに大きくしてその次にブラッグ条件が満たされた場合をケース２とする．

(4)　ケース１において，ブラッグ条件を満たし，かつ(001)面に垂直な 2 つの回折面を求めよ．

(5)　ケース２において，ブラッグ条件を満たし，かつ(001)面に垂直な 3 つの回折面を求めよ．

(6)　ケース２における X 線の波数を求めよ．

（配点 15 点）