

## 電子光科学 II

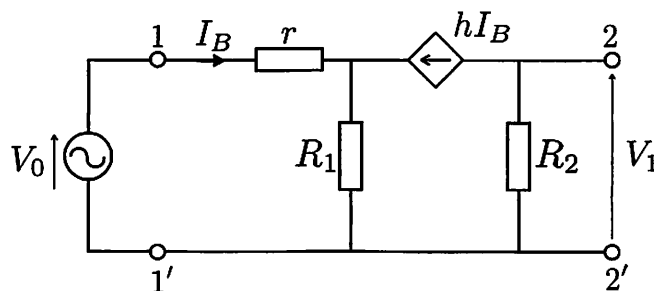
次の [II-1] から [II-8] までの 8 問についてそれぞれ別の答案用紙に答えよ。なお、各問題に 2 枚以上の答案用紙を用いる場合は、「[II-1] (2 枚目)」などのように明記せよ。

## [II-1]

図の回路はトランジスタを用いた増幅回路のモデルで、交流定常状態にある。回路は抵抗  $r$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  と従属電流源からなり、 $r$  に流れる電流を図のように  $I_B$  としたとき、従属電流源には  $hI_B$  の電流が流れる。1-1' を入力、2-2' を出力とし、1-1' には交流電圧源  $V_0$  を接続している。この状態で 2-2' の電圧は  $V_1$  であった。 $V_0$ ,  $V_1$ ,  $I_B$  はフェーザである。以下の問に答えよ。

(配点 20 点)

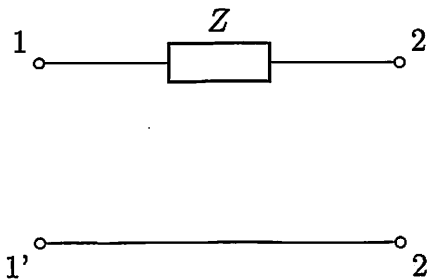
- (1) 増幅回路の入力インピーダンス  $V_0/I_B$  を  $r$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $h$  のうち必要なものを用いて答えよ。
- (2) 増幅率  $V_1/V_0$  を  $r$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $h$  のうち必要なものを用いて答えよ。
- (3) 2-2' にインピーダンス  $Z$  を接続した。このときの  $Z$  に流れる電流  $I_Z$  (フェーザ) を  $Z$ ,  $r$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $h$ ,  $V_0$  のうち必要なものを用いて答えよ。



[II-2]

図のようなインピーダンス  $Z$  で構成される 2 端子対回路の散乱行列を求めよ。ただし、端子対 1-1' および、端子対 2-2' における基準インピーダンスを  $Z_0$  とする。

(配点 15 点)

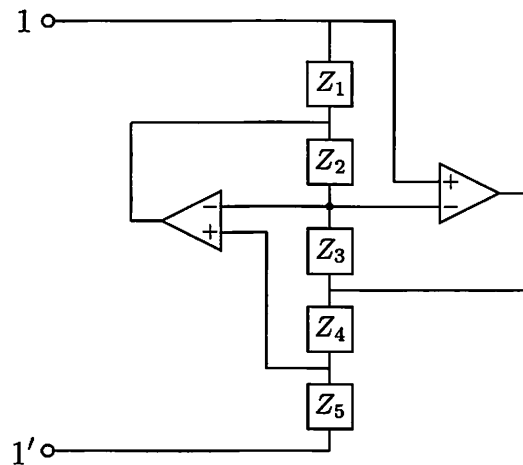


[II-3]

図の理想オペアンプとインピーダンス  $Z_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) からなる回路について以下の問に答えよ。

(配点 20 点)

- (1)  $1 - 1'$  間のインピーダンスが  $Z = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$  であることを示せ。
- (2)  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_5$  を抵抗,  $Z_4$  をキャパシタとしたとき, この回路はどのような素子として扱うことができるかを説明せよ。
- (3)  $Z_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) を抵抗もしくはキャパシタのいずれかであるとしたとき,  $Z$  が負の値を持つ抵抗となる例を1つあげて説明せよ。  $Z$  は周波数依存性があってもよい。



[II-4]

デジタル論理回路に関する以下の問に答えよ。なお、論理回路のローレベル (L) 信号とハイレベル (H) 信号は、論理演算の 0 と 1 の値にそれぞれ対応させるものとする。解答には、[II-4] と書かれた入試解答用紙を用いよ。

(配点 20 点)

- (1) 図 1 に示す回路の論理式を積和標準形で書け。
- (2) 表 1 は図 1 に示す回路の動作表である。表 1 を完成させよ。
- (3) 表 2 は図 2 に示す回路の動作表である。ただし、N はある論理回路である。表 2 の空いた部分を埋めて動作表を完成させよ。
- (4) 図 2 の回路の出力  $W, Z$  が表 2 で示す動作をするように、XOR (排他的論理和) ゲートのみを用いて論理回路 N を構成した。論理回路 N の回路図を描け。ただし、端子  $C, D, W, Z$  を答案図中に示すこと。

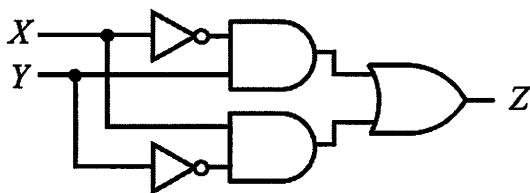


図 1

表 1

X	Y	Z
L	L	
L	H	
H	L	
H	H	

表 2

X	Y	A	B	C	D	W	Z
L	L					L	L
L	H					H	L
H	L					L	H
H	H					H	H

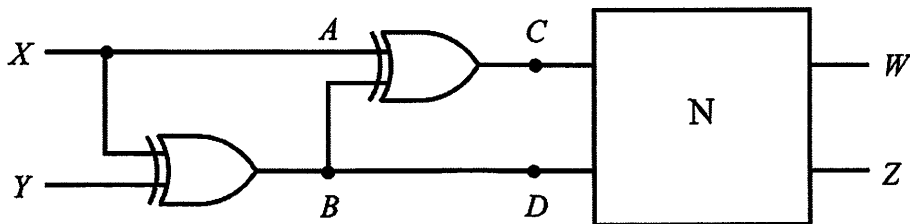


図 2

## [II-5]

図1は真空中におかれた金属の表面近傍の模式図である。ここで、金属表面に垂直な方向を  $z$  方向としている。この金属表面からの熱電子放出に関する以下の問に答えよ。ただし、金属の表面は平面でその面積は十分に大きいとする。また、金属の伝導帯の電子は質量  $m$  の3次元自由粒子として扱えるとする。  
(配点 30 点)

図2にはこの金属中の電子のエネルギー  $E$  のバンド図が示されている。ただし、伝導帯の下端が  $E = 0$  であり、 $E_F$  はフェルミ準位である。

- 図2のエネルギー差  $\phi$  の名称を述べよ。
- 熱電子放出がおこるのに必要な金属中の電子の  $z$  方向の運動量について考える。その最小値を求めよ。
- $x, y, z$  方向の電子の運動量をそれぞれ  $p_x, p_y, p_z$  とするとき、運動量空間の微小領域  $dp_x dp_y dp_z$  における金属の単位体積あたりの電子の状態数は、

$$\frac{2}{h^3} dp_x dp_y dp_z$$

である。ここで、 $h$  はプランク定数である。このことを利用して、 $dp_x dp_y dp_z$  における金属中の電子密度をエネルギー  $E$  を用いて表せ。ただし、金属の絶対温度を  $T$  とし、ボルツマン定数を  $k_B$  とする。

- 問(3)の結果を利用して、金属表面の単位面積あたりの熱電子放出電流の大きさ  $J_z$  を、 $p_x, p_y, p_z$  に関する積分の形で表せ。ただし、電気素量を  $q$  とし、積分範囲を明示すること。

- 問(4)の積分を実行して、

$$J_z = \frac{4\pi m q k_B^2}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{\phi}{k_B T}\right)$$

を導け。ただし、 $E > E_F + \phi$  では、

$$\exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) \gg 1$$

としてよい。必要なら、次の数学公式を使ってよい ( $c$  は正の実数)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{c}\right) dx = \sqrt{c\pi}, \quad \int_a^{\infty} x \exp\left(-\frac{x^2}{c}\right) dx = \frac{1}{2} c \exp\left(-\frac{a^2}{c}\right)$$

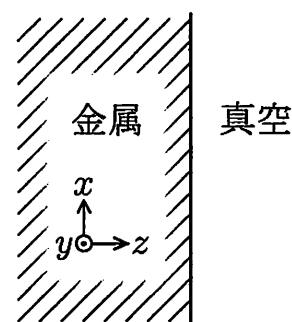


図 1

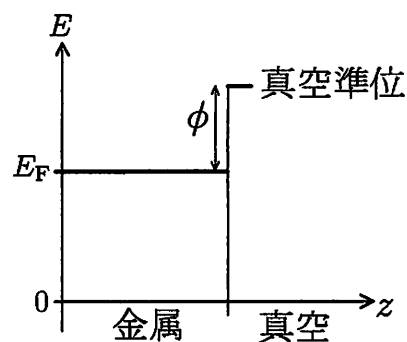


図 2

[II-6]

実格子の基本並進ベクトルを $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ とすると、逆格子の基本並進ベクトル $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ は、

$$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}, \quad \vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_2 \cdot (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}, \quad \vec{b}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_3 \cdot (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}$$

と与えられる。図1は、 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ を、それぞれ、互いに直交する $x, y, z$ 軸に沿うように配置させた単純正方格子の $z$ 軸方向の投影図である。ここで、 $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3| = a, |\vec{a}_2| = 2a$ とする。以下の間に答えよ。なお、解答には[II-6]と書かれた入試解答用紙を用いよ。

- (1) 図1に示した単純正方格子の $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ を、それぞれ、互いに直交する $x', y', z'$ 軸に沿うように配置し、それを $z'$ 軸方向に投影すると図2のようになる。このとき、 $|\vec{b}_1| = 2\pi/a$  および  $|\vec{b}_2| = \pi/a$ となることを示せ。
- (2) 図2における $x', y', z'$ 軸の交点を原点とし、原点と逆格子点120を結ぶ逆格子ベクトルを $\vec{B}^{120}$ とする。 $\vec{B}^{120}$ に対応する格子面群の、 $z$ 軸方向の投影図を解答用紙の図中に描け。

次に、図1の単純正方格子を変形させる場合を考える。変形前の逆格子点110の逆格子空間上での座標を $(2\pi/a, \pi/a, 0)$ とし、変形後も単純正方格子の構造を保持しているとして、以下の間に答えよ。

- (3) 変形前の $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ の大きさが共に4/5倍になるように変形させた場合、変形後の逆格子点110および逆格子点220の座標を、それぞれ求めよ。
- (4) 変形前の $\vec{a}_1$ および $\vec{a}_3$ の大きさが $\sqrt{5}/2$ 倍に、変形前の $\vec{a}_2$ の大きさが4/5倍になるように変形させた場合、変形後の逆格子点110および逆格子点120の座標を、それぞれ求めよ。

(配点 15 点)

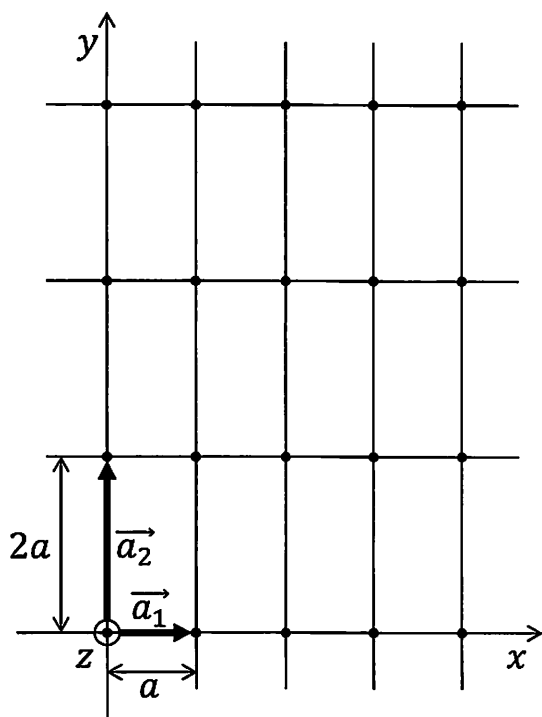


図1

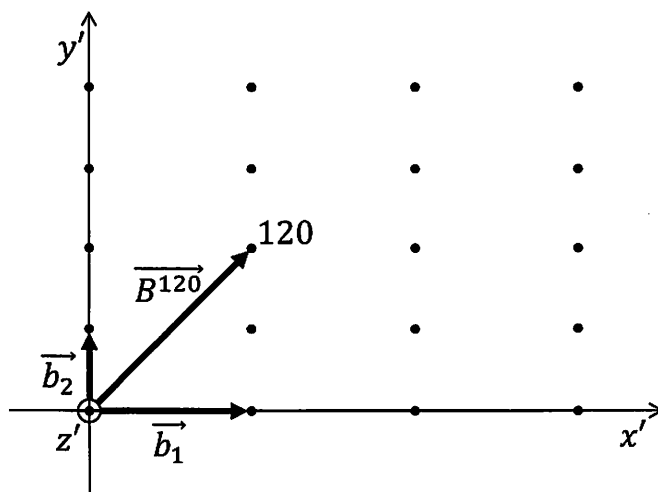


図2

## [II-7]

内部自由度のない質量  $m$  の自由粒子を、一辺  $L$  の立方体の箱に閉じ込めて形成した孤立系について考える。1個の自由粒子のエネルギーは、換算プランク定数  $\hbar$ 、量子数  $n_x, n_y, n_z$ （正の整数）を用いて、

$$\varepsilon_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}{L^2}$$

と表されるが、ここでは  $L$  が十分に大きく、エネルギーが連続的で、系を古典的に扱うことが可能な場合を考える。以下の問に答えよ。ただし、必要ならボルツマン定数  $k_B$  を用いること。

（配点 15 点）

(1) 閉じ込められた自由粒子が 1 個の場合を考える。ただし、 $E_1$  は十分に大きいエネルギーの値とする。

a) 系のエネルギーが  $E_1$  以下の状態の総数を導出せよ。

b) 系のエネルギーが  $E_1$  のときの状態密度を求めよ。

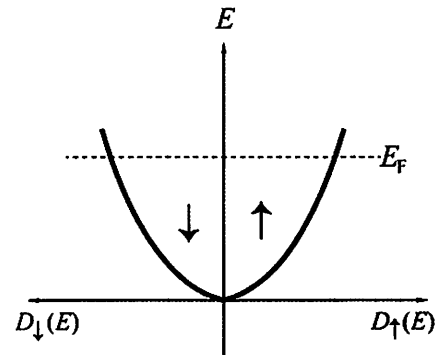
(2) 閉じ込められた自由粒子が  $N$  個 ( $N$  は十分に大きい) である場合を考える。ただし、 $E_2$  は十分に大きいエネルギーの値とし、系のエネルギーが  $E_2$  以下の状態の総数を  $\Omega_N(E_2)$  とする。

a) 系のエネルギーが  $E_2$  のときのエントロピー  $S$  を、 $\Omega_N(E_2)$  を用いて近似的に表せ。

b) 問 a) を考慮して、 $S$  を  $E_2$  を用いて表せ。ただし、 $n$  次元空間における半径  $r$  の球の体積は、 $\Gamma$  関数を使って  $r^n \pi^{n/2} / \Gamma(n/2+1)$  と表せることを用いよ。なお、この自由粒子は弁別できないものとする。

## [II-8]

図は自由電子モデルにおける金属非磁性体の状態密度  $D_{\uparrow}(E)$ ,  $D_{\downarrow}(E)$  とエネルギー  $E$  の関係である。ただし,  $\uparrow, \downarrow$  は電子のスピンの磁気モーメントを表し,  $E_F$  はフェルミ準位である。以下の問に答えよ。なお, 解答には [II-8] と書かれた入試解答用紙を用いよ。



(配点 15 点)

- (1) 磁束密度  $B$  の外部磁場を印加した時の金属非磁性体の  $D_{\uparrow}(E)$ ,  $D_{\downarrow}(E)$  と  $E$  の関係を図示せよ。ただし, 外部磁場は  $\uparrow$  スピン磁気モーメントに平行に印加されているとして, ゼーマン分裂  $E_Z$  を図中に明示すること。
- (2) 磁束密度  $B = 10 \text{ T}$  の外部磁場が印加されているときのゼーマン分裂 (eV) の値を, 有効数字 2 桁で求めよ。ただし,  $g$  因子は  $g = 2$ , ボーア磁子  $\mu_B$  は  $\mu_B = 9.3 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ ,  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$  であるとする。
- (3) 以下の文章における , ,  に適切な数式を記入せよ。ただし,  $g$  因子は  $g = 2$ , ボーア磁子は  $\mu_B$ , 真空の透磁率は  $\mu_0$  とする。

問(1)の条件で磁束密度  $B$  の外部磁場が印加されている時の磁化  $M$  と,  $E_F$  における単位体積あたりの  $\uparrow$  状態の電子数と  $\downarrow$  状態の電子数の差  $\Delta N$  の関係は,  $M =$   である。温度が十分に低いとき,  $D_{\uparrow}(E_F)$  を用いると  $M \approx$   と近似できる。

従って, 磁化率  $\chi$  は  $\chi \approx$   と記述できる。