電子光科学　I

次の[I-1]から[I-7]の７問について，それぞれ別の解答用紙に答えよ．なお，各問題に２枚以上の解答用紙を用いる場合は，「[I-1]（２枚目）」などのように明記せよ．

[I-1]

$f(x) = e^{ax}\sin bx$について以下の問に答えよ．ただし，a と b は 0 でない実数の定数とする．

（配点 15 点）

(1) 不定積分 $\int f(x)dx$ を求めよ．

(2) 広義積分 $\int_0^\infty f(x)dx$ が収束するための a と b の値の範囲とそのときの積分値を求めよ．

[I-2]
x, y, u は実数, i は虚数単位, $z = x + iy$とする．関数 $f(z)$ を

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2}$$

とする． 以下の問に答えよ.

（配点 20 点）

(1) $f(z)e^{-iuz}$ の特異点での留数をすべて求めよ.

(2) $u > 0$ のとき,

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-iux} dx$$

を求めよ.

[I-3]
パリティ検査行列が次式で表される線形符号について，以下の問に答えよ．

$$H=\begin{bmatrix}1&1&0&1&1&0&0&0\\1&0&1&1&0&1&0&0\\1&1&1&0&0&0&1&0\\1&1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

（配点 20 点）

(1) 情報ベクトル(1,1,0,0)を符号化して，符号語を求めよ．ただし，情報ベクトルは符号語の先頭部分とする．

次に，この線形符号を用いて，誤り率 $p \ll 1/2$ の 2 元対称通信路で通信を行うとする．以下の問では，受信語から送信された符号語を推定し，その推定結果とそれが誤りである確率を求めよ．符号語が推定できない場合は，その理由を述べよ．

(2) 受信語 (0,0,1,1,1,1,0,1)

(3) 受信語 (1,0,0,1,0,1,1,0)

[I-4]
一次元空間において区間 $0 \leq x \leq L$ に閉じ込められた質量 m の粒子の量子力学的運動を考える．ハミルトニアンは $\hbar$ を換算プランク定数として，

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$$

で与えられ，シュレーディンガー方程式は，t を時間，i を虚数単位として，

$$i\hbar\frac{d}{dt}\psi(x,t) = H\psi(x,t)$$

で与えられる．波動関数 $\psi(x,t)$ に対する境界条件は $\psi(0,t) = \psi(L,t) = 0$ で与えられる．以下の問に答えよ．

（配点 20 点）

(1) 境界条件を用いて，エネルギー固有状態およびエネルギー固有値を求めよ．ただし，エネルギー固有状態は規格化すること．

(2) 上記で求めたエネルギー固有値をエネルギーが低いものから順にそれぞれ $E_1, E_2, \cdots$ とし，対応するエネルギー固有状態を $\phi_1(x), \phi_2(x), \cdots$ とする．初期状態として波動関数が複素係数 c_n を用いて $\psi(x,0) = \sum_n c_n\phi_n(x)$ で与えられる時，$t > 0$ でのシュレーディンガー方程式の解 $\psi(x,t)$ を求めよ．ただし，$E_1, E_2, \cdots$ をそのまま用いても良い．

(3) 状態 $\phi_1(x)$ と $\phi_2(x)$ の重ね合わせ状態で表される状態のみを考え，ハミルトニアン H のこの部分空間への作用を $\tilde{H}$ とする．このとき $\tilde{H}$ を基底 $\{\phi_1(x), \phi_2(x)\}$ を用いて 2×2 の行列で表示せよ．ただし，E_1, E_2 をそのまま用いてもよい．

(4) $\tilde{H}$ に対して $V = \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & 0 \end{pmatrix}$ で表される相互作用を加えた時，ハミルトニアン $\tilde{H} + V$ の固有エネルギーを計算せよ．ただし，E_1, E_2 をそのまま用いてもよい．

[I-5]

図のように，半径 a の導体球Aが，内径および外径がそれぞれ b' および b の同心の導体球殻Bで囲まれている．導体球Aと導体球殻Bの間の空間は比誘電率が ε_{r} の誘電体で満たされており，導体球殻Bの外部は真空である．いま，導体球Aを接地し，導体球殻Bに直流電源を接続し正の電位 V を与えた．真空の誘電率を ε_0 として次の問に答えよ．

（配点 25 点）

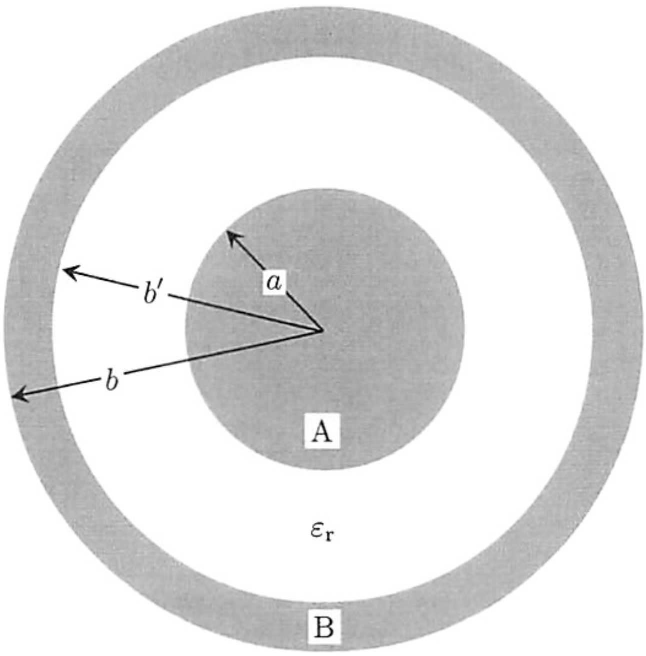
(1) 導体球Aに生じる電荷量を求めよ．

(2) 導体球殻Bの内側に生じる電荷量を求めよ．

(3) 導体球殻Bの外側に生じる電荷量を求めよ．

(4) 系全体の静電容量を求めよ．

(5) 全空間に蓄積された静電エネルギーを求めよ．



[I-6]
定常電流がつくる静磁場と磁気双極子モーメントについて，以下の問に答えよ．ただし，真空の透磁率を μ_0 とする．

（配点 25 点）

(1) 図 1 のように，z 軸にそって無限に長い直線電流 I が真空中を流れている．磁束密度の大きさと向きを円柱座標 (r, ϕ, z) を用いて記せ．

(2) 図 2 のように，半径 a の円電流 I が真空中を流れている．円は xy 面内にあり，円の中心は原点 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ にあるとする．次の問に答えよ．

a) z 軸上における磁束密度の大きさと向きを求めよ．

b) この系の磁気双極子モーメントの大きさと向きを求めよ．

(3) 半径 a の絶縁体球の内部に正電荷 Q が一様に分布しており，図 3 のように，球は中心を通る z 軸の周りに一定の角速度 ω で回転している．次の問に答えよ．ただし，絶縁体は透磁率 μ_0 の非磁性体とする．

a) 球の中心における磁束密度の大きさと向きを求めよ．

b) この系の磁気双極子モーメントの大きさと向きを求めよ．

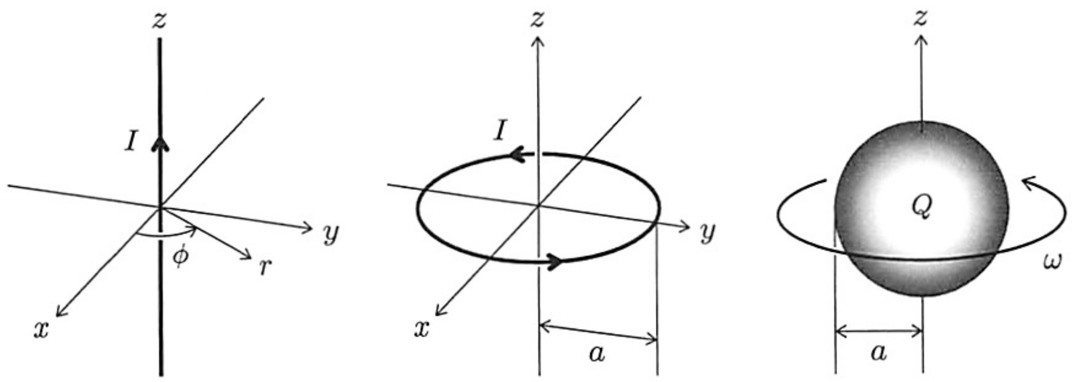


図 1　　図 2　　図 3

[I-7]
図のような辺の長さが a, b の長方形の断面を持つ，完全導体でできた無限に長い中空導波管内を伝搬する電磁波を考える．ここでは磁場が z 方向成分を持たない TM(Transverse Magnetic) モードを考える．伝搬する電磁波の電場の z 方向成分は

$$E_z = E_0 \sin(k_x x)\sin(k_y y)e^{j(\omega t - k_z z)}$$

と書ける．ここで E_0 は電場の振幅，ω は電磁波の角周波数，k_x，k_y，k_z はそれぞれ電磁波の波数の x，y，z 方向成分，t は時刻，j は虚数単位を表す．導波管内は真空とし，真空の誘電率を ε_0，真空中の光速を c とする．以下の問に答えよ．

（配点 25 点）

(1) 導波管の内壁において E_z が満たす境界条件を記せ．

(2) 問 (1) で求めた境界条件から k_x，k_y を求めよ．その際，それぞれのモードの指数として整数 m，n を用いること．

(3) 磁場の y 方向成分 H_y と電場の x 方向成分 E_x の間に成り立つ関係を求めよ．また，波動インピーダンスを ω，k_z，ε_0 を用いて表せ．

(4) ω を k_z，c，a，b，m，n を用いて表せ．また，位相速度と群速度を ω，c，a，b，m，n を用いて表せ．

(5) 最低次の TM モードについて，遮断角周波数を求めよ．